GOBIERNO DE LA PROVINCIA DEL NEUQUÉN | MINISTERIO DE EDUCACIÓN CONSEJO PROVINCIAL DE EDUCACIÓN | NEUQUÉN PROVINCIA | JUNTOS PODEMOS MÁS

PROGRAMA NACIONAL DE FORMACIÓN SITUADA

PROGRAMA PROVINCIAL DE FORTALECIMIENTO DE

PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA EN MATEMÁTICA, LENGUA Y LITERATURA

ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN LOS NIVELES INICIAL Y PRIMARIO DE LA PROVINCIA DE NEUQUÉN

Especialista: Gema Fioriti

Colaboradoras: Adriana Cañellas, Analía Petich

Coordinación General: Sergio Espósito

Neuquén, abril de 2018

Matemática para la ciudadanía

¿Cuáles son los saberes matemáticos necesarios para el ciudadano de hoy?

En 1990, el Dr. Luis Santaló, uno de los matemáticos que impactó con fuerza en la enseñanza de esta disciplina en nuestro país, afirmaba:

La misión de los educadores es preparar a las nuevas generaciones para el mundo en que tendrán que vivir. Es decir, impartirles las enseñanzas necesarias para que adquieran las destrezas y habilidades que van a necesitar para desempeñarse con comodidad y eficiencia en el seno de la sociedad con que se van a encontrar al terminar el período escolar.

Por esto, como el mundo actual es rápidamente cambiante, también la escuela debe estar en continuo estado de alerta para adaptar su enseñanza, tanto en contenidos como en metodología, a la evolución de estos cambios, que afectan tanto a las condiciones materiales de vida como al espíritu con que los individuos se van adaptando a ellas. En caso contrario, si la escuela se descuida y sigue estática o con movimiento lento en comparación con la velocidad exterior, se origina un desfase o divorcio entre la escuela y la realidad ambiental, que hace que los alumnos se sientan poco atraídos por las actividades del aula y busquen adquirir por otros medios los conocimientos que consideran necesarios para comprender, a su manera, el mundo de la calle que perciben directamente o a través de los medios masivos de comunicación.

Matemática para seleccionar

¿Todos pueden aprender matemática?

Al respecto, Charlot[1] (1986) en una conferencia en Cannes, afirmaba:

… Por un lado, la interpretación biológica que hoy se adorna de argumentos con pretensiones genéticas pero retoma de hecho el discurso sobre la inteligencia que tenía Platón hace veinticinco siglos: las matemáticas están dadas a quienes tienen un don, una capacidad de abstracción suficiente para percibir los contenidos conceptuales que les son propuestos - lo que la frenología llamaba hace casi un siglo y medio, "la joroba de los matemáticos". La segunda interpretación propuesta por la sociología de la educación, explica que algunos niños padecen de discapacidades socio-culturales, que carecen del capital cultural necesario para manejar un lenguaje abstracto y acceder así al universo matemático.

Estas dos tesis, una bio-genética y la otra socio-cultural, son muy diferentes pero parten de un postulado común: los conceptos, los conocimientos, las culturas están consideradas como dadas y se transmiten a los herederos bajo la forma de don natural o capital socio-cultural.

[1] La conferencia se anexa al final del presente documento.

A esta idea de una matemática dada, bajo una u otra forma, contrapongo la idea de una matemática construida, diría incluso, utilizando de una manera un poco provocativa el vocabulario de la técnica, una matemática fabricada. La actividad matemática no es mirar y descubrir, es crear, producir, fabricar.

Los conceptos matemáticos no son un bien cultural trasmitido hereditariamente como un don o socialmente como un capital, sino el resultado de un trabajo del pensamiento, el trabajo de los matemáticos a través de la historia, el del niño a través de su aprendizaje. El Don y el Capital de un lado, el Trabajo del otro: empleo estos términos intencionalmente para que se pueda comprender mejor cuál es el problema de fondo planteado por la democratización de la enseñanza de la matemática. Esta democratización implica una ruptura que no recurre al ámbito de las aptitudes naturales o del entorno socio-cultural en un sentido vago del término, sino que es una ruptura social en el seno de las prácticas mismas de enseñanza. Hacer matemática no consiste en una actividad que permita a un pequeño grupo de elegidos por la naturaleza o por la cultura, el acceso a un mundo muy particular por su abstracción. Hacer matemáticas, es un trabajo del pensamiento, que construye los conceptos para resolver problemas, que plantea nuevos problemas a partir de conceptos así construidos, que rectifica los conceptos para resolver problemas nuevos, que generaliza y unifica poco a poco los conceptos en los universos matemáticos que se articulan entre ellos, se estructuran, se desestructuran y se reestructuran sin cesar. Democratizar la enseñanza de la matemática supone en principio que se rompa con una concepción elitista de un mundo abstracto que existiría por sí mismo y que sólo sería accesible a algunos y que se piense en cambio, la actividad matemática como un trabajo cuyo dominio sea accesible a todos mediante el respeto de ciertas reglas.

En las instituciones educativas la matemática es una disciplina para seleccionar. La matemática es un contenido que opera como instrumento de selección. Es una asignatura presente en todos los exámenes de ingreso y en los cursos de preparación para el ingreso a la universidad. Y como todos sabemos también está presente en las evaluaciones de la calidad educativa.

Existe una representación social muy fuerte acerca de que los matemáticos son personas especiales y que la matemática es sólo para elegidos, acompañado de una cierta jactancia de no saber matemática. Es responsabilidad de la escuela trabajar para modificar esa representación promoviendo una enseñanza que haga posible que todos los alumnos puedan entrar a la actividad matemática.

La matemática como disciplina científica

¿Cómo opera la comunidad de matemáticos?

La actividad matemática en la ciencia está muy fuertemente ligada a la resolución de problemas y a un modo particular de razonar y comunicar los resultados. La argumentación, la producción de conjeturas, la elaboración de pruebas son algunas de las actividades constitutivas de la disciplina.

Por otra parte, el conocimiento matemático, como ocurre con otros conocimientos y con las producciones culturales en general, ha ido generándose y transformándose en diferentes momentos históricos, en diálogo permanente con problemas que tienen lugar en los distintos entornos sociales y culturales. La aparición de las computadoras, para dar un ejemplo, ha modificado en algunos casos las formas de producción de pruebas y las formas del cálculo.

La matemática en la escuela

¿Cuál es la matemática que habría que enseñar en la educación básica obligatoria?

En noviembre de 2006, Irma Saiz, otra referente argentina en el campo de la enseñanza de la Matemática, respondía a esta pregunta en una entrevista:

Habría que enseñar una matemática con sentido, es decir, una matemática en la que los conocimientos aparezcan como recursos para resolver problemas antes de ser estudiados por sí mismos; que se constituya en un desafío para los alumnos, donde haya lugar para las conjeturas, para la discusión de ideas, la confrontación entre los compañeros.

Con frecuencia, en la escuela se suceden los conocimientos unos tras otros, sin que los alumnos conozcan cuáles son las preguntas a las que responden; se acentúan los aspectos más rutinarios.

Las preguntas que los docentes escuchan permanentemente –¿y esto para qué sirve?, por ejemplo– están mostrando esa necesidad de los alumnos de comprender las razones de ser de los contenidos matemáticos escolares. Ya no aceptan estudiar definiciones y propiedades que luego hay que repetir y aplicar en ejercicios rutinarios, sospechan que la matemática no puede ser solamente eso.

***(...)** la enseñanza tiene que lograr despertar justamente las inquietudes que no provee el medio que rodea a los alumnos; no tiene que tratar de convertirse en un videojuego, no es un espectáculo al que los alumnos asisten como espectadores. Su participación, su actividad, son indispensables. Y en relación con esto quiero señalar que existe otro supuesto falso, y es que a los alumnos no puede interesarles nada que signifique pensar…; eso es totalmente falso. Con mucha frecuencia vemos a alumnos enfrentarse a un problema o una pregunta y considerarla una tarea importante, involucrados en los razonamientos necesarios, discutiendo las propuestas de sus compañeros, defendiendo la propia, cambiándola o rechazándola si los argumentos presentados por otros son válidos. Pero esas preguntas o cuestiones son de cierto tipo, se trata de situaciones de la vida cotidiana o no, pero que pueden imaginar, representársela, para la que tienen recursos para iniciar su resolución, aunque no sepan aún cómo resolverla* *completamente. Esto no significa defender la enseñanza de la matemática, tal como se la plantea habitualmente: estamos afirmando que es posible, sin tener que montar un espectáculo para lograr la atención de los alumnos, una enseñanza de la matemática que se convierta en una experiencia viva para los estudiantes.*

La forma de trabajar en Matemática debería orientar la actividad en el aula desde los inicios de la escolaridad. Se trata de reproducir en el aula una comunidad capaz de producir conocimientos nuevos para los alumnos frente a los problemas que se les planteen, y que debatan para validarlos. Desde esta perspectiva, entendemos que saber Matemática requiere disponer de los conocimientos de esta disciplina para utilizarlos como instrumentos en la resolución de problemas, y también para definirlos y reconocerlos como objetos de una cultura.

Preguntarse qué significa aprender Matemática, qué se entiende por enseñar mediante la resolución de problemas y qué se concibe como problema, analizar cómo influye la gestión de la clase en el tipo de aprendizaje que logren los alumnos, estar actualizado respecto de algunos avances de las investigaciones didácticas; todo ello puede ayudar a realizar una relectura de las prácticas habituales, encontrar nuevos sentidos para lo que hacemos y reinventar así nuestras propuestas.

La concepción que cada persona se va formando de la Matemática depende del modo en que va conociendo y usando los conocimientos matemáticos. El tipo de trabajo que se realice en la escuela influirá fuertemente en la relación que cada persona construya con esta ciencia, lo que incluye el hecho de sentirse o no capaz de aprenderla.

La resolución de problemas matemáticos

¿Cuál es el lugar de los problemas en la enseñanza de matemática?

Como se dijo antes, esta actividad está en el centro de la construcción del conocimiento matemático, tanto en la Matemática como en la Matemática escolar.

Resulta vital que prioricemos en la escuela, desde el momento en que los niños se inician en el estudio de la Matemática, la construcción del sentido de los conocimientos por medio de la resolución de problemas y de la reflexión sobre estos, para promover así un modo particular de trabajo matemático que esté al alcance de todos los alumnos.

Consideramos que cada actividad constituye un problema matemático para un alumno en la medida en que involucra un enigma, un desafío a usar los conocimientos matemáticos adquiridos, reorganizarlos y ampliarlos para iniciar la resolución del problema. Para resolverlo, elabora un cierto procedimiento que pone en juego las ideas que tiene disponibles, las modifica y establece nuevas relaciones.

Por esta razón podría ocurrir que una actividad puede resultar problemática para un alumno y podría no serlo para otro y esta diversidad será tomada en cuenta por el docente en la gestión de la clase.

Podríamos considerar al menos dos posiciones en relación con la resolución de problemas de matemática en la escuela:

- El problema como medio para aprender
- Aprender a resolver problemas

El problema como medio para aprender requiere la organización de secuencias de problemas con cuya resolución los alumnos irán cargando de sentido a los conocimientos. Los conocimientos matemáticos son complejos, a menudo tienen significados diferentes y esa complejidad tiene que ser comprendida por los alumnos a partir de la resolución de diferentes problemas. Éstos podrán plantearse en contextos que simulan situaciones próximas a la realidad. Pero también en contextos puramente matemáticos. Sería deseable también que los alumnos participen en algún proyecto donde puedan vivenciar la utilización del conocimiento matemático en situaciones reales como la organización de una salida, un estudio estadístico de alguna problemática social….

En este sentido, la utilización del juego como medio para aprender y dar sentido a los conocimientos matemáticos es una actividad que problematiza el saber y está presente en cada uno de los niveles de la educación básica, como se puede leer en los documentos curriculares de la Provincia de Neuquén.

Por otra parte, es posible enseñar a resolver problemas, para participar en competencias como las competencias Ñandú o las Olimpíadas matemáticas. En este caso el objetivo está centrado en la adquisición de habilidades específicas como: seleccionar los datos, pensar en un problema parecido que haya resuelto antes…. sin prestar demasiada atención al contenido de que se trate.

La propuesta de los NAP y de los diseños curriculares de la Provincia de Neuquén priorizan la primera propuesta. La elaboración de secuencias de enseñanza, anticipar la gestión de la clase, interpretar los procedimientos de los alumnos, son algunas de las cuestiones, entre otras, a compartir y analizar en los grupos de estudio.

La enseñanza de la matemática en la institución escuela

¿Qué lugar tiene la enseñanza de la matemática en las escuelas? ¿Cómo se organizan los equipos de trabajo en la escuela para pensar la enseñanza de la matemática? ¿Qué recursos disponibles hay en las escuelas?

Entendemos el trabajo docente como una ardua tarea de planificar y pensar la enseñanza. Concebimos la tarea docente como un trabajo colectivo y al docente como productor de conocimiento sobre su práctica. Esto supone la reflexión con otros sobre las prácticas de enseñanza de la matemática, en grupos de estudio colaborativo, integrados por docentes con compromiso y voluntad de compartir con colegas, sus conocimientos y experiencias, a la vez que van construyendo conocimiento sobre las prácticas. Considerar un trabajo colaborativo con los docentes requiere reflexionar y aceptar en forma explícita por qué es esencial la voz de todos los que integran el proyecto de trabajo en la escuela. Es importante contar en el grupo con compañeros de los equipos de conducción, que de esta manera potencian su rol pedagógico de acompañamiento.

Bibliografía

Charlot, B. (1986) La epistemología implícita en las prácticas de enseñanza de las Matemáticas. Conferencia dictada en Cannes.

Consejo Provincial de Educación (1995). Secretaría de Estado de Educación. Diseño Curricular de Nivel Inicial de Matemática (1995). Gobierno de la Provincia de Neuquén.

Consejo Provincial de Educación (2007). Documento Curricular Primer Ciclo de la Escuela Primaria Neuquina. Provincia de Neuquén.

Consejo Provincial de Educación (2007). Documento Curricular Segundo Ciclo de la Escuela Primaria Neuquina. Provincia de Neuquén.

Consejo Provincial de Educación (2007): Documento Curricular Tercer Ciclo de la Escuela Primaria Neuquina. Provincia de Neuquén.

Instituto Nacional de Formación Docente (2014). Clase 01: El sentido de la Matemática y su enseñanza en la escuela de hoy. Módulo: Perspectivas para la enseñanza de la Matemática. Especialización Docente de Nivel Superior en Enseñanza de la Matemática en la Escuela Primaria. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología (2004). Núcleos de aprendizajes prioritarios. 1° Ciclo EGB. Nivel Primario. República Argentina.

Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología (2006). Núcleos de aprendizajes prioritarios. 2° Ciclo EGB. Nivel Primario. República Argentina.

Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología (2006). Dirección Nacional de Gestión Curricular y Formación Docente. Matemática. Serie Cuadernos para el aula. Buenos Aires.

Saiz, I. (2006) Una matemática con sentido. Recuperado de

https://www.educ.ar/recursos/115366/irma-elena-saiz-una-matematica-con-sentido

Santaló, L. A. (1990) Matemática para no matemáticos. Conferencia inaugural del I Congreso Iberoamericano de Educación Matemática. Sevilla.

ANEXO

La epistemología implícita en las prácticas de enseñanza de las matemáticas[2]

Bernard Charlot

¿Qué es hacer matemáticas?

Para cualquiera que enseña cotidianamente matemáticas, esta pregunta puede parecer un exceso, o incluso un juego casi gratuito y sin gran interés. Dicho de otro modo, muchos profesores de matemáticas consideran esta pregunta como un asunto de la filosofía con el que es mejor no meterse.

Hace veinte años que las reformas en la enseñanza de las matemáticas se han sucedido a un ritmo tal, que muchos profesores ya no saben qué se espera de ellos y llegan a preguntarse: ¿qué es enseñar matemáticas? Y finalmente ¿qué son las matemáticas? Quisiera proponer a este respecto, algunas pistas y señalar la importancia de comprender la epistemología – teoría del conocimiento, de su objeto y de sus métodos- implícitos propios a toda práctica de la enseñanza de la matemática.

¿Qué es estudiar matemáticas?

Mi respuesta global será que estudiar matemáticas es efectivamente HACERLAS, en el sentido propio del término, construirlas, fabricarlas, producirlas, ya sea en la historia del pensamiento humano o en el aprendizaje individual.

No se trata de hacer que los alumnos reinventen las matemáticas que ya existen sino de comprometerlos en un proceso de producción matemática donde la actividad que ellos desarrollen tenga el mismo sentido que el de los matemáticos que forjaron los conceptos matemáticos nuevos.

Esta idea que sostiene que estudiar matemáticas, es HACER matemáticas, no es la más predominante en el universo escolar actual. La idea más corriente es aquella que postula que las matemáticas no tienen que ser producidas sino descubiertas. Es decir que los entes matemáticos ya existen en alguna parte, en el cielo de las Ideas. A partir de allí, el papel del matemático no es el de crear o inventar dichos entes sino de develar las verdades matemáticas existentes pero aún desconocidas. Desde esta misma concepción, las verdades matemáticas sólo pueden ser enunciadas gracias a la labor de los matemáticos, pero ellas son lo que son, dadas desde siempre, independientemente de la labor de los matemáticos. La enseñanza clásica de las matemáticas se basa en una epistemología y una ontología platónica que las matemáticas modernas aún mantienen: las Ideas matemáticas tienen una realidad propia. El matemático René Thom no vacila en afirmar explícitamente que " la

[2] Este texto es una traducción realizada con el objeto de ser trabajada en instancias de discusión colectiva. Constituye un capítulo del libro <u>Faire des Mathématiques: le plaisir du sens</u>, cuyos autores son R. Bkouche, B. Charlot, N. Rouche. Según se anuncia en el referido libro, el capítulo fue tomado de una conferencia pronunciada por B.Charlot en Cannes, en marzo de 1986

hipótesis de ideas platónicas que informan el universo es, a pesar de las apariencias, la más natural y, filosóficamente la más económica."

Una vez develada, la verdad matemática es expuesta a la mirada de quien sabe mirar suficientemente alto en el cielo de las Ideas. El papel del profesor consiste entonces en hacer que al alumno comparta esa visión a la que él ya accedió, y tornear el espíritu del alumno – "el ojo del alma", decía Platón- hacia el mundo matemático. Desde esta concepción, la verdad matemática le es dada a aquel que sabe ver, a aquel que tiene suficiente poder de abstracción. El vocabulario pedagógico cotidiano que sigue siendo muy platónico, contiene constantemente esta metáfora de la mirada, de la visión, de la luz. Como dicen los alumnos, "yo veo" o "yo no veo", "me da justo" o "no me da justo", y en materia de matemáticas, no hay discusión, ni duda, o se da en el blanco o se está fuera de foco.

El vocabulario de los profesores, aunque es más rico, abunda en frases del mismo tipo. Ciertos alumnos son unas lumbreras, son brillantes, son unas luces, sacan las cosas a primera vista. Otros, lamentablemente, tienen orejeras, son ciegos, para ellos todo es oscuro. Existen, en suma, los alumnos de cien watts y alumnos de cuarenta watts y nada tiene que ver el profesor en esto que no ha hecho más que dar su curso lo más "claramente" posible.

Sobre esta metáfora de la mirada se inscriben dos discursos interpretativos. Por un lado, la interpretación biológica que hoy se adorna de argumentos con pretensiones genéticas pero retoma de hecho el discurso sobre la inteligencia que tenía Platón hace veinticinco siglos: las matemáticas están dadas a quienes tienen un don, una capacidad de abstracción suficiente para percibir los contenidos conceptuales que les son propuestos - lo que la frenología llamaba hace casi un siglo y medio, "la joroba de los matemáticos". La segunda interpretación propuesta por la sociología de la educación, explica que algunos niños padecen de discapacidades socio-culturales, que carecen del capital cultural necesario para manejar un lenguaje abstracto y acceder así al universo matemático.

Estas dos tesis, una bio-genética y la otra socio-cultural, son muy diferentes pero parten de un postulado común: los conceptos, los conocimientos, las culturas están consideradas como dadas y se transmiten a los herederos bajo la forma de don natural o capital socio-cultural.

A esta idea de una matemática dada, bajo una u otra forma, contrapongo la idea de una matemática construida, diría incluso, utilizando de una manera un poco provocativa el vocabulario de la técnica, una matemática fabricada. La actividad matemática no es mirar y descubrir, es crear, producir, fabricar. Los conceptos matemáticos no son un bien cultural trasmitido hereditariamente como un don o socialmente como un capital, sino el resultado de un trabajo del pensamiento, el trabajo de los matemáticos a través de la historia, el del niño a través de su aprendizaje. El Don y el Capital de un lado, el Trabajo del otro: empleo estos términos intencionalmente para que se pueda comprender mejor cuál es el problema de fondo planteado por la democratización de la enseñanza de la matemática. Esta democratización implica una ruptura que no recurre al ámbito de las aptitudes naturales o del entorno socio- cultural en un sentido vago del término, sino que es una ruptura social en el seno de las prácticas mismas de enseñanza. Hacer matemática no consiste en una actividad que permita a un pequeño grupo de elegidos por la naturaleza o por la cultura, el acceso a un mundo muy particular por su abstracción. Hacer matemáticas, es un trabajo del pensamiento, que construye los conceptos para resolver problemas, que plantea nuevos problemas a partir de conceptos así construidos, que rectifica los conceptos para resolver problemas nuevos, que generaliza y unifica poco a poco los conceptos en los universos matemáticos que se articulan entre ellos, se estructuran, se desestructuran y se reestructuran sin cesar. Democratizar la enseñanza de la matemática supone en principio que se rompa con una concepción elitista de un mundo abstracto que existiría por sí mismo y que sólo sería accesible a algunos y que se piense en cambio, la actividad matemática como un trabajo cuyo dominio sea accesible a todos mediante el respeto de ciertas reglas. Son dichas reglas, es decir las técnicas pedagógicas las que permiten al alumno conducir el trabajo de su pensamiento matemático y que yo querría ahora explicitar brevemente.

Verdad y actividad matemática

En primer lugar, examinemos las consecuencias pedagógicas de la epistemología y de la ontología que subyacen al aprendizaje tradicional de las matemáticas. El matemático es quien devela las verdades y la enseñanza debe orientar el ojo del alma del alumno hacia esas verdades. Consecuentemente, lo que el docente toma de la actividad del matemático no es la actividad en sí misma que muy a menudo ignora o que en todo caso silencia, sino los resultados de esta actividad, teoremas, demostraciones, definiciones, axiomas. Es así que el docente es conducido a sobrestimar la forma en que estos resultados son presentados. Si consideramos la actividad del matemático, esta sobrestimación de la forma resulta paradojal ya que no es la forma la que da sentido a los resultados, porque ésta sólo se determina a posteriori, cuando se llega a los resultados por otras vías mucho más accidentadas: ningún matemático inventó jamás nada con una demostración rigurosa respetando las reglas canónicas. Pero esta paradoja se explica si se tiene en cuenta que el objetivo es presentar al alumno la Verdad matemática en toda su pureza y su esplendor: el docente saca el diamante de su estuche y presenta el ente matemático en la impecable definición que debe permitir al alumno aprehenderlo en su mayor esplendor. A partir de allí, el rigor se transforma en la verdad matemática esencial y particularmente, el rigor del lenguaje porque cuando se deja de lado la actividad matemática, el lenguaje es el único soporte del concepto matemático. Es así que el docente exige inmediatamente del alumno, en los primeros pasos, este rigor en el pensamiento y en el lenguaje, olvidando que el propio matemático consigue ese rigor recién hacia el final de un largo proceso de aproximaciones y rectificaciones.

El saber matemático aparece entonces, para el alumno no como un sistema de conceptos que permiten resolver problemas sino como un gran discurso codificado, normalizado, simbólico, "abstracto".

Esta separación entre la actividad matemática y sus resultados, entre los problemas y los conceptos, engendra un fracaso escolar importante, sobre todo entre los niños de familias humildes, que no están familiarizados con ese lenguaje explícito, formalizado, codificado. Explican este fracaso, diciendo que las matemáticas son difíciles porque son abstractas y resuelven que a los alumnos con dificultades escolares hay que enseñarles las matemáticas partiendo de lo concreto. En resumen, para aquellos que no tienen o que no tienen todavía suficiente poder de abstracción haría falta construir un andamiaje particular que les permitiera alcanzar poco a poco el mundo matemático. A tal efecto, se elaboran materiales, situaciones, estrategias que, en el análisis, se muestran como seudo-concretas: bloques lógicos en el jardín de infantes, relaciones familiares a representar por los diagramas en la primaria, estudio de boletas de pago más adelante, etc. Y es así que las dificultades son cada vez mayores.

Existe una confusión entre la pedagogía activa y la pedagogía concreta que provoca bastante daño en la enseñanza. Se confunde la actividad intelectual del alumno con la actividad física del alumno sobre material manipulable o la actividad del alumno a partir de situaciones familiares. Lo importante es la actividad intelectual del alumno, cuyas características, tal como Piaget las ha descripto, son parecidas a aquellas que los historiadores de las matemáticas encuentran en el matemático creador: el pensamiento parte de un problema, plantea hipótesis, realiza rectificaciones, transferencias, generalizaciones, rupturas, etc..., para construir poco a poco los conceptos y, a través de esta construcción de conceptos, para edificar sus propias estructuras intelectuales. Para un niño, esta actividad intelectual supone un soporte manipulable (hasta alrededor de los 7 años), más tarde, al menos representable (como mínimo hasta los 12 años). Pero lo verdaderamente importante aquí es la actividad intelectual sobre este soporte y no el carácter "concreto" del mismo. Por otro lado, incluso cuando el niño ya puede prescindir de ese soporte para el aprendizaje y abordar directamente las relaciones por sí mismas, no hay otra vía posible que la actividad intelectual.

En síntesis, si el aprendizaje de las matemáticas es actualmente difícil no es porque las matemáticas son abstractas, sino porque este aprendizaje no está basado en la actividad intelectual del alumno sino en la memorización y aplicación de saberes de los que el alumno no ha comprendido realmente el sentido. La solución a las dificultades actuales de los profesores y de los alumnos no es buscar del lado de la dupla abstracto/concreto, que no es más que una coartada ideológica en la selección, sino del lado de un aprendizaje de las matemáticas fundado en la actividad intelectual de aquel que aprende. De acuerdo, se dirá, pero en la práctica pedagógica cotidiana, ¿qué significa esto?

Definición y problemas

En principio que el rigor del pensamiento y la precisión en el vocabulario no son, no deben ser exigidos al alumno, al comienzo del aprendizaje. En verdad, el rigor del pensamiento y del lenguaje sigue siendo uno de los objetivos esenciales del aprendizaje de las matemáticas. Pero precisamente, se trata de un objetivo y no de la base o el punto de partida de la pedagogía de las matemáticas. El alumno debe aprender a ser riguroso, pero él solo puede llegar a serlo, si su actividad le muestra la necesidad. El profesor debe ayudar al alumno a percibir y a integrar la necesidad del rigor, tanto como debe ayudarlo a construir los conceptos matemáticos. Esta ayuda no consiste en un discurso moralizador, ni en críticas repetidas o en una represión meticulosa de la más pequeña desviación fuera de las normas, se trata más bien de una profundización de la actividad matemática del alumno.

El rigor no debe ser una exigencia impuesta del exterior por el maestro - y así sentida por el alumno como arbitraria- sino una necesidad para aquel que quiere comunicar los resultados de su actividad, defenderlos contra las dudas, utilizarlos para resolver nuevos problemas. El rigor, tanto como el saber, se construye a partir de la actividad matemática. Más aún, que ninguna exigencia prematura de rigor esterilice toda la actividad del alumno.

Esto quiere decir esencialmente que una enseñanza matemática no debe comenzar nunca por definiciones, en todo caso por definiciones expuestas en las reglas de la actividad. En el mejor de los casos, tal enseñanza es inútil: si el alumno comprende la definición, que condensa las propiedades fundamentales del objeto matemático que será el problema, es porque ya conoce lo esencial. En el peor de los casos - que es lo más frecuente- un curso que comienza por la definición provoca el rechazo escolar. El alumno, falto de una actividad previa, no comprende esta definición, pero al menos es advertido desde el comienzo que no comprende nada de aquello que se va a hablar y que ni vale la pena probar. Sólo aquellos que adquirieron anteriormente una sólida confianza en sus capacidades matemáticas se interesan verdaderamente, y al término del proceso "curso-ejercicios de aplicación" terminan por comprender esta definición que les había descerrajado de golpe.

El punto de partida de la actividad matemática no es la definición sino el problema. Si ciertos alumnos, a pesar de todo, aprenden matemática con la estrategia pedagógica actual, es ante todo en los momentos donde ellos resuelven los problemas y deben, para resolverlos, construir un saber matemático apoyándose en las migajas que han asimilado de los cursos y de algunos párrafos del manual que pudieron comprender solos. Desgraciadamente ellos aprenden al margen de la estrategia pedagógica oficial, por sí mismos, mientras que el profesor no está allí para ayudarlos a sobrepasar los obstáculos y profundizar su pensamiento. ¿Cómo asombrarse entonces que tengan éxito sobre todo aquellos que encuentran en su medio familiar un sustituto del maestro? ¿El problema puede ser propuesto por el maestro o es esto un ataque intolerable a los derechos del niño? En realidad poco importa para qué se plantea el problema y sobre todo si no logra interesar al alumno, en el callejón sin salida de la discusión directividad/no directividad. Los esencial no es saber qué propone el problema, sino si tiene sentido para el alumno, si le permite desarrollar una actividad intelectual y construir los saberes matemáticos. El curso magistral precediendo el momento de la investigación activa del alumno no me parece que constituya un método pertinente de enseñanza de la matemática. Será mucho más eficaz si el maestro, en lugar de presentar los contenidos matemáticos, parte de problemas e introduce los conceptos como instrumentos para resolver estos problemas.

Falta ponernos de acuerdo acerca de la noción de problema. El problema que puede servir como punto de partida de la actividad intelectual del alumno no es ciertamente un ejercicio donde aplique en forma casi mecánica una fórmula o un proceso operatorio. Un ejercicio de esas características constituye una tarea fuertemente rutinaria y no es seguramente para el alumno, un problema. No hay un problema en el sentido estricto del término, si el alumno no está obligado a trabajar el enunciado de la pregunta que se le hace, y estructurar la situación que se le propone. El hecho de que los alumnos respondan a preguntas absurdas como la edad del capitán o que se angustien al contestar una pregunta sin utilizar uno de los datos numéricos se debe a que sólo excepcionalmente se los confronta a tales problemas. Pensar no es solamente encontrar una respuesta a una pregunta bien planteada, es también formular la pregunta pertinente cuando uno se encuentra frente a una situación problemática. La actividad matemática no es simplemente buscar la respuesta correcta. Es también la elaboración de hipótesis, de conjeturas que son confrontadas con otras y testeadas en la resolución del problema. Un concepto aproximado es forjado para resolver un cierto tipo de problemas. Después el pensamiento rebota cuando el alumno utiliza este concepto para resolver otros problemas, lo que lo obliga a hacer transferencias, rectificaciones, rupturas, etc., según un proceso análogo a aquel que se puede observar en la historia de la matemática. Me parece esencial comprender que el alumno no construye un concepto en respuesta a un problema, sino, según la excelente fórmula de los investigadores Louvain-la-Neuve, un campo de conceptos toma sentido en un campo de problemas. Un concepto matemático se construye articulado a otros conceptos, a través de una serie de rectificaciones y de generalizaciones que se hacen necesarias para su utilización en un campo de problemas de la misma familia. Me parece esencial comprender que el concepto matemático existe bajo diversos estatutos, que corresponden a diversos momentos de la actividad matemática. Tomo aquí una excelente fórmula de G. Brousseau: acción, formulación, validación, institucionalización. Mientras un alumno es capaz de decir si una regla matemática se aplica en diversos ejemplos y contraejemplos sin poder formular claramente esta regla ni explicitar su respuesta, no comprendió nada. Él es capaz de utilizar el concepto como instrumento de acción, sin poder todavía formularlo y tratar de validarlo.

La segunda etapa, la formulación, viene enseguida si al menos el docente logra colocar al alumno en una situación donde esta formulación se hace necesaria. Esta formulación se presenta en diversos grados: regla exagerada presentada con una algarabía poco rigurosa, regla justa pero correspondiente a algunos casos particulares, regla general. El alumno deberá pasar de un nivel de formulación a otro cuando deba validar esa regla, comunicarla a otros, y defenderla de otras formulaciones.

Finalmente, viene la institucionalización que trae el docente: aquí se enuncia la regla tal como se utiliza en la comunidad matemática. Como se ve, no se sacrifica ni el rigor, ni se excluye la palabra "oficial" del maestro. Pero el rigor se construye progresivamente, como exigencia interna de la actividad matemática misma, y la exposición magistral viene a coronar la búsqueda de los alumnos, como momento de puesta en orden, de estructuración, de síntesis.

Esta descripción de la actividad matemática introduce dos ideas, que circulan como las seudo-evidencias para quienes discuten la pedagogía dominante de las matemáticas: el juego y la utilidad.

Juegos matemáticos y matemáticas útiles

Si por juego se designa una actividad donde el alumno realiza con placer - que no excluye el esfuerzo, sino que lo sostiene-, una actividad que permite un funcionamiento del pensamiento no condicionado por reglas exteriores vividas por el alumno como artificiales y arbitrarias, no tengo ninguna objeción. Además el alumno tiene derecho a que su actividad sea socialmente reconocida como un trabajo serio y no como un juego y se engañe a ciertos alumnos con la idea de que ellos juegan en la escuela en vez de trabajar!

Pero si por juego matemático, se designa una actividad puntual no articulada alrededor de un campo de problemas, no anclado en el programa, sin proyecto intelectual ni institucional, ya no estoy de acuerdo. Estos momentos de aventura matemática no son para excluir, pero no pueden constituir la base de un aprendizaje de las matemáticas. Este supone la articulación entre situaciones, que para el maestro al menos, sean ricas de progresión futura. El alumno debe sentir que él progresa y el docente, por su lado, no puede librarse de toda dependencia con los programas. La idea de proponer a los alumnos en situación de rechazo escolar, las matemáticas "útiles" se complementa con la idea de juego matemático. Hablar de juego, es centrar el aprendizaje en la actividad misma, considerando finalmente insignificante el resultado de esta actividad. Hablar de utilidad, es en cambio, ocultar de nuevo la actividad matemática e insistir en el valor del resultado, pero en el ámbito de la vida cotidiana y no más en un universo matemático abstracto. Es interesante constatar que aquellos que enseñan matemáticos a los alumnos que a priori son desconfiados oscilan a menudo entre la estrategia del juego y la de la utilidad. Estas estrategias, en un cierto sentido inversas, desarticulan ambas la actividad matemática que es actividad que conduce a resultados. Esta actividad no puede definirse como juego porque su sentido es generar resultados y no satisfacerse a sí misma. Estos resultados tampoco pueden definirse por su utilidad en la vida cotidiana porque los mismos toman su sentido de la actividad que los creó. Estas dos estrategias se resignan finalmente a un vínculo negativo de los alumnos con el trabajo matemático, que las mismas intentan evitar con la idea de juego o utilidad en lugar de reconstruir este vínculo haciendo vivir la actividad matemática como trabajo creador. En el fondo estas estrategias ratifican, cada una a su manera, la inaptitud de ciertos alumnos para hacer matemática. La una porque hace matemáticas pero no plantea lo que hace como algo serio, la otra porque intenta proveer a sus alumnos de herramientas matemáticas pero les hace creer que no es esencial que esas herramientas hayan sido construidas por ellos mismos. Efectivamente es muy difícil enseñar matemáticas "útiles". Pasemos rápidamente al carácter, a menudo artificial de esta utilidad proclamada. Lo esencial no está ahí, si no en una contradicción de fondo. Apuntar a lo útil es apuntar al resultado y lo que interesa al alumno, en este caso, es tener la solución que el maestro bien podría y de manera más sencilla darle directamente.

Pero a pesar de todo, lo que interesa al docente es el camino para llegar a este resultado más que el resultado en sí mismo. Ahora bien, cuanto más se insiste en la utilidad de las matemáticas, más la urgencia por encontrar la solución oculta al alumno el interés de hacerlo por sí mismo. En verdad el argumento de la utilidad puede acercar al alumno, motivarlo en la medida que se garantice que el problema planteado por el maestro es un verdadero problema, un problema que tiene un sentido y no un ejercicio escolar que no significa más nada afuera de la escuela. Pero es bueno comprender que pedagógicamente lo que es interesante en un problema útil, no es que sea útil, si no que sea un verdadero problema, con un sentido para el alumno. Hay, en mi opinión, una motivación más importante que la utilidad: el desafío que le plantea al alumno el problema en tanto que es un problema. Lo que es importante para el alumno no es conocer la solución, es ser capaz de encontrarla por sí mismo y de construir así, a través de su actividad matemática, una imagen positiva de sí mismo, valorizante frente a las matemáticas.

La recompensa al problema resuelto no es la solución del problema, es su éxito personal al resolverlo por sus propios medios, es la imagen que puede tener de si mismo como alguien capaz de resolver problemas de hacer matemáticas, de aprender. La imagen de si mismo frente a las matemáticas es, en un sentido más amplio, su imagen frente al saber escolar y a la escuela, frente al mundo adulto y al porvenir: se trata de una postura sumamente seria que no debe tratarse hablando de un juego o de una rentabilidad inmediata de las matemáticas. Esta postura es muy profundamente psicológica y cultural porque, ¿qué es la cultura sino, la capacidad de situarse como autónomo activo y creador en el mundo circundante? Esta postura es también social y política. Frente a las estadísticas, a las encuestas, a los índices, a la utilización cada vez más frecuente del argumento matemático en el discurso social y político, no es poco importante que los alumnos consideren las matemáticas como un universo muy particular accesible a pocos o como una actividad que produce resultados según ciertas reglas verificables por todos.

¿Educación Cívica a partir de las matemáticas? Desde luego, desde el momento que el aprendizaje de las matemáticas se basa en una epistemología implícita que define al hombre frente al saber, a la cultura, a la historia y frente a los otros hombres.